# מבחן 2008

1. יהי תת מרחב. הוכיחו שקיים ת"מ כך ש
2. יהיו תתי מרחב המוגדרים ע"י . הוכיחו ש

## פתרון

א) אם ניקח , אם ניקח . נניח . אזי קיים לV בסיס . נשלים את B לבסיס עבור נסמנו C: . נגדיר . מתקיים

*ב) – קל לראות כי מתקיים ⇦ ⇦*

# שאלה(מבחן 2008)

א) האם לכל שלושה תתי מרחבים מתקיים ?

## פתרון

לא! דוגמה נגדית: ניקח את . . נקבל ,

*ב) הוכיחו שמתקיים*

## פתרון

: יהי x שייך לאגף שמאל אזי  
. כמו כן ולכן   
בסה"כ

:  
כמו כן:  
מתכונת החיבור נובע:

# שאלה(מבחן 2009)

יהי בסיס כלשהו של ויהי . הוכיחו שלכל יש הצגה יחידה בצורה כאשר המקדמים מקיימים

## פתרון

יהי אזי קיימת לו הצגה יחידה (כי בסיס). נרצה שיתקיים כאשר ⇦ למערכת זו פתרון יחיד לכל a,b(אפשר לדרג את המטריצה ולראות)

# שאלה(מבחן 2010)

תהי כך ש. הוכיחו או הפריכו בעזרת דוגמה נגדית:

1. לכל למערכת יש פתרון.

## הוכחה

, מצד שני . משני אלה ⇦ לכן לכל יש פתרון למערכת .

## הפרכה

[. כדי שיתקיים נצטרך לקבל ]

דוגמה:

1. ()

## הפרכה

אותה דוגמה נגדית:

1. שורות A בת"ל.

## הוכחה

וקיימות m שורות לכן שורות m בת"ל.

1. אם אזי עמודות A ת"ל

## הוכחה

⬄ עמודות A בת"ל. נתון ולכן עמודות A בת"ל ⬄ , אבל ⇦ עמודות A בת"ל.

# שאלה(מבחן 2010)

יהיו כך ש. הוכיחו שA,B לא הפיכות.

## פתרון

נניח בשלילה שA הפיכה או B הפיכה. (בה"כ?) נניח A הפיכה. אזי:  
(תמיד נכון!). מכל זה ⇦ . באופן דומה, אם נרשום ניתן להסיק באופן דומה , לכן בסתירה להנחה. באופן דומה ניתן להוכיח שאם B הפיכה נקבל סתירה.

# שאלה(מבחן 2010)

יהי V מ"ו מעל ו ת"מ. נניח ש. חשבו כמה תתי מרחב שונים כך ש. נמקו את התשובה.

## פתרון

*קיימים 3 מצבים אפשריים לu: . שימו ♥: לכל 2 ווקטורים מהקבוצה הם בת"ל(אינם כפולה אחד של השני).  
עבור מצב 1: . כנ"ל עבור מצבים 2 ו3, לכן לכל U קיימים 2 מרחבים W אפשריים.*

### הערה

מספר האיברים ב כאשר סופי הוא , אבל המימד של מעל השדה הוא

# שאלה

נתון וכן . הוכיחו

## פתרון

ראינו בעבר שמתקיים . לכן . נראה ש:  
נראה ש (ואז ⇦ )  
אחרת, . מתקיים תמיד: . אצלנו ולכן - סתירה.

# שאלה

יהיו המקיימות . נתון שהמטריצה הפיכה. הוכיחו

## פתרון

נפתור את השאלה ב3 סעיפים:

1. , ⇦
2. השאלה המקורית.

### פתרון

. לפי משפט הדרגה ⇦ .  
. מש"ל.

# שאלה

הוכיחו שתנאי הכרחי ומספיק לכך ש הוא שA ניתןת להצגה הבאה:

## פתרון

⇨: ⇦

⇦: מקרה א' , הציבו   
מקרה ב' . קיימת שורה שאינה שורת אפסים . נבחר , . כל שורה אחרת היא מהצורה . נבחר